



(19) 대한민국특허청(KR)  
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2022년12월12일  
(11) 등록번호 10-2476935  
(24) 등록일자 2022년12월08일

- (51) 국제특허분류(Int. Cl.)  
G01L 1/24 (2006.01) G01B 11/16 (2006.01)  
G01N 3/06 (2006.01) G06F 30/23 (2020.01)
- (52) CPC특허분류  
G01L 1/24 (2013.01)  
G01B 11/16 (2013.01)
- (21) 출원번호 10-2021-0051761
- (22) 출원일자 2021년04월21일  
심사청구일자 2021년04월21일
- (65) 공개번호 10-2022-0145102
- (43) 공개일자 2022년10월28일
- (56) 선행기술조사문헌  
비특허문헌1  
비특허문헌2  
비특허문헌3  
비특허문헌4

- (73) 특허권자  
연세대학교 산학협력단  
서울특별시 서대문구 연세로 50 (신촌동, 연세대학교)
- (72) 발명자  
박경수  
서울특별시 종로구 경교장길 35  
최하번  
서울특별시 광진구 구의강변로 31-12
- (74) 대리인  
김인철

전체 청구항 수 : 총 17 항

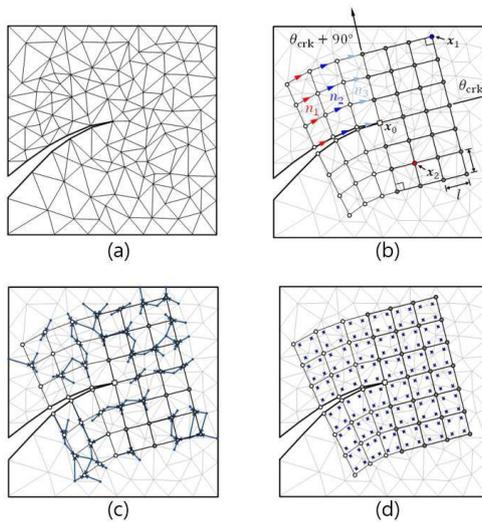
심사관 : 이충석

(54) 발명의 명칭 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템 및 측정방법

(57) 요약

본 발명은 연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템으로서, 제어서버는 가상그리드를 생성시키는 가상그리드 생성부(100); 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 절점변위 계산부(200); 가상그리드의 응력장을 계산하는 응력장 계산부(300); 및 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 응력확대계수 계산부(400)를 포함한다.

대표도 - 도5



(52) CPC특허분류

*G01N 3/068* (2013.01)

*G06F 30/23* (2020.01)

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	2020110563
과제번호	2020-11-0563
부처명	산업통상자원부
과제관리(전문)기관명	한국수력원자력(주)
연구사업명	K-CLOUD
연구과제명	가동원전 복잡균열 성장 고정밀 예측/건전성 검증 AI-FEM 개발
기여율	1/1
과제수행기관명	연세대학교
연구기간	2020.04.01 ~ 2021.03.31
공지예외적용	: 있음

---

**명세서**

**청구범위**

**청구항 1**

연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템으로서, 제어서버는

가상그리드를 생성시키는 가상그리드 생성부;

생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 절점변위 계산부;

가상그리드의 응력장을 계산하는 응력장 계산부; 및

J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 응력확대계수 계산부를 포함하는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 2**

청구항 1에 있어서,

상기 가상그리드 생성부는

응력복원의 대상 영역에 2차원 4절점요소 또는 3차원 8절점요소를 이용하여 가상의 그리드를 생성하는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 3**

청구항 2에 있어서,

상기 가상그리드 생성부에서

가상그리드의 중심은 균열 중심 위치와 동일하고,

가상그리드의 형상 및 크기는 유한요소의 형상 및 크기에 따라 결정되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 4**

청구항 1에 있어서, 상기 절점변위 계산부는

유한요소해석에 사용한 형상함수 및 가상그리드의 절점위치를 이용하여 보간법을 통해 가상그리드의 변위장을 계산하는 변위장 계산부를 갖는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 5**

청구항 4에 있어서,

가상그리드의 절점 위치가 유한요소내부에 위치하면, 가상그리드 절점의 변위값은 다음의 수학적 식 2로 계산되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학적 식 2]

$$u_p = \xi_1 u_1 + \xi_2 u_2 + \xi_3 u_3$$

(여기서,  $u_p$ 는 가상그리드의 변위,  $u_1, u_2, u_3$ 는 유한요소의 변위,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ 는 유한요소의 형상함수를 나타낸다.)

**청구항 6**

청구항 5에 있어서,

삼각형 유한요소에서 형상함수는 다음의 수학식 3으로 계산되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력 확대계수 측정시스템.

[수학식 3]

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{1}{2A} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_2 - x_3)y] \\ \xi_2 &= \frac{1}{2A} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_3 - x_1)y] \\ \xi_3 &= \frac{1}{2A} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_1 - x_2)y] \end{aligned}$$

(여기서,  $x_1, x_2, x_3$ 와  $y_1, y_2, y_3$ 는 삼각형의 좌표,  $A$ 는 삼각형의 면적, 그리고  $x$ 와  $y$ 는 형상함수 값을 계산하고자 하는 삼각형 내부의 위치를 의미한다.)

**청구항 7**

청구항 4에 있어서, 상기 절점변위 계산부는

일반 유한요소의 좌표 및 변위값과 가상그리드 절점의 위치를 기반으로 최소자승법을 통해 가상그리드 절점의 변위값을 계산하는 변위장 도출부를 더 갖는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 8**

청구항 7에 있어서,

가상그리드 절점 계산을 위한 최소자승법 식은 다음 수학식 4로 정의되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학식 4]

$$r_x = Pq^x - b^x, r_y = Pq^y - b^y$$

(여기서,  $P$ 는 유한요소의 좌표를 기반으로 한 형상함수 매트릭스이며,  $b$ 는 유한요소 절점의 변위값이다. 최소자승법을 통해  $r$ 을 최소화 하는 상수  $q^x$  및  $q^y$ 를 계산하여,  $P$ 와  $q$ 의 곱을 통해 가상그리드 절점의 변위값을 계산할 수 있다.)

**청구항 9**

청구항 8에 있어서,

상기 형상함수 매트릭스  $P$ 를 구성하는 변수  $m$ 은 다음의 수학식 5로 계산되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학식 5]

$$m = \left[ 1 \quad \frac{x - x_w}{h_w} \quad \frac{y - y_w}{h_w} \right]$$

(여기서,  $x$ 와  $y$ 는 형상함수 값을 계산하고자하는 삼각형 내부의 위치를 의미하며,  $x_w$ 와  $y_w$ 는 삼각형 절점의 좌표, 그리고  $h_w$ 는 삼각형의 크기를 나타낸다.)

**청구항 10**

청구항 4에 있어서, 상기 응력장 계산부는

상기 변위장 계산부에서 계산된 가상그리드의 절점변위와 형상함수를 이용하여, 가상그리드의 가우스 절점에서 응력값을 계산하는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 11**

청구항 7에 있어서, 상기 응력장 계산부는

상기 변위장 도출부에서 도출된 가상그리드 상의 변위장에 대하여 1차 미분을 통해 응력장을 계산하는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 12**

청구항 1에 있어서,

상기 응력확대계수 계산부는

상기 절점변위 계산부 및 상기 응력장 계산부에서 계산된 결과와 영역적분법을 이용하여 응력확대계수 값을 계산하는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

**청구항 13**

청구항 12에 있어서,

상기 영역적분법의 대상은 생성된 가상그리드로서, 다음 수학적식 8에 따라 적분되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학적식 8]

$$J = \int_A \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ki} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_i} dA - \int_{C^+ + C^-} t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_k dC$$

(여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력(stress),  $t_i$ 는 균열 면에 작용하는 응력(traction),  $u_i$ 는 변위,  $W$ 는 변형률 에너지,  $\delta_{ij}$ 는 크로네커 델타,  $q_k$ 는 임의의 연속적 함수로서, 균열 팁에서는 1의 값을 가지고, 적분 영역의 경계면에서는 0의 값을 가짐)

**청구항 14**

청구항 13에 있어서,

응력확대계수 값은 다음 수학적식 10의 유한 요소 해석 대상의 평면응력 또는 평면변형률 조건에 따라 산출되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학적식 10]

$$K_I = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} \left( \sqrt{J_1 - J_2} + \sqrt{J_1 + J_2} \right)$$

$$K_{II} = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} \left( \sqrt{J_1 - J_2} - \sqrt{J_1 + J_2} \right)$$

(여기서,  $K_I$  와  $K_{II}$  는 각각 1차 및 2차모드 응력확대계수를 나타내며,  $J_1$  와  $J_2$  는 각각 1차 및 2차모드 J적분값을 뜻한다.)

**청구항 15**

청구항 14에 있어서,

상기 변수  $E^*$ 는 다음의 수학적 식 11로 계산되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템.

[수학적 식 11]

$$E^* = E \quad (\text{평면응력})$$

$$E^* = E / (1 - \nu^2) \quad (\text{평면변형률})$$

(여기서,  $E$  와  $\nu$  는 각각 탄성계수와 프아송비를 나타낸다.)

**청구항 16**

연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 응력확대계수 측정방법으로서, 제어서버에서는 가상그리드 생성부가 가상그리드를 생성시키는 S100 단계; 절점변위 계산부가 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 S200 단계; 응력장 계산부가 가상그리드의 응력장을 계산하는 S300 단계; 및 응력확대계수 계산부가 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 S400 단계가 수행되는 것을 특징으로 하는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법.

**청구항 17**

하드웨어와 결합되어, 청구항 16에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법을 컴퓨터에 의해 실행시키기 위하여 컴퓨터가 판독 가능한 기록매체에 저장된 컴퓨터 프로그램.

**발명의 설명**

**기술 분야**

[0001] 본 발명은 응력확대계수 측정시스템 및 측정방법 관한 것이다. 구체적으로는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템 및 측정방법에 관한 것이다.

**배경 기술**

[0002] 응력확대계수(SIF: Stress Intensity Factor) 값을 측정하는 것은 다양한 기기에 발생하는 균열성장여부를 판단 하는데 매우 중요한 요소이다. 응력확대계수는 파괴 역학(破壞力學)을 기반으로 하는 용어로서, 균열(龜裂)선단 주변의 응력상태를 나타내는 매개변수이다.

[0003] 응력확대계수의 정확한 값을 계산하기 위해서는 균열선단 부근에서 고품질의 유한요소망을 생성하여 수치해석을 실시해야 한다.

[0004] 수치해석을 이용한 유한요소해석 시, 해석 해(solution)에 대한 정확도는 요소의 품질에 의해 크게 좌우된다.

[0005] 특히 응력장의 경우, 해석 해의 1차 미분값이므로 유한요소망의 품질에 더욱 영향을 많이 받는다. 하지만, 고품질의 3차원 요소망을 생성하는 것에 상당한 시간과 노력이 필요하다.

[0006] 응력확대계수 계산 시, 결합요소망과 같은 고품질의 요소망을 사용하지 않고 자유요소망을 이용하면, 요소망의 품질에 따라 계산된 값의 부정확한 값이 제공될 수 있다. 하지만, 정확한 값을 계산하기 위하여, 임의의 결합형상에 대하여 유한요소망 형성 시, 결합 및 해석 대상의 형태에 따라 요소품질을 일정수준 이상으로 유지하는 것은 많은 시간과 노력이 필요한 작업이다.

[0007] 국내외 기관을 중심으로 eXtended Finite Element Method(XFEM)와 같은 수치해석 기법을 이용하여 균열진전 예측 기초연구를 수행한 바 있다. 하지만, XFEM 기법을 이용할 시, 2차원 문제는 상대적으로 잘 해결할 수 있지만, 복잡한 3차원 비평면 균열의 응력확대계수 계산에는 한계점을 보이는 단점이 있다.

[0008] 따라서, XFEM 기법을 이용하여 기존 상용프로그램에서 응력확대계수 값을 계산하기 위해서는, 새로운 요소개발

또는 기존해석프로그램의 전반적 수정이 필요하다.

**선행기술문헌**

**특허문헌**

[0009] (특허문헌 0001) (문헌 1) 한국등록특허공보 제 10-1447833호 (2014.09.29)

**발명의 내용**

**해결하려는 과제**

- [0010] 본 발명에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템 및 측정방법은 다음과 같은 해결과제를 가진다.
- [0011] 첫째, 복잡한 균열형상을 표현하기 위해 높은품질의 요소망 생성에 어려움이 있을 뿐만 아니라, 상대적으로 낮은 품질의 요소망이 균열진행 해석 과정에서 생성되므로, 균열진행 해석과정에서 요소망의 수정이 필요하게 되었다. 이에, 낮은 품질의 요소망에서 정확한 응력장 계산을 위해 응력복원 기법을 제안하고자 한다.
- [0012] 둘째, 정확한 응력확대계수 값을 측정하기 위해서는 높은 품질의 유한요소망 생성이 필수적이지만, 높은 품질의 요소망 생성을 위해서는 해석 프로그램 사용자가 많은 시간과 노력을 들여야 한다. 이에, 요소망 생성을 위해 들이는 시간을 감소시키면서, 낮은 품질의 요소망에서도 정확한 응력확대계수를 측정하는 방법을 제시하고자 한다.
- [0013] 셋째, 임의의 균열 선단을 포함하고 있는 유한요소영역에서 가상그리드를 이용하여 얻은 응력장을 토대로, 정확한 응력확대계수 값을 계산하고자 한다.
- [0014] 본 발명의 해결과제는 이상에서 언급한 것들에 한정되지 않으며, 언급되지 아니한 다른 해결과제들은 다음의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

**과제의 해결 수단**

- [0015] 본 발명은 연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템으로서, 제어서버는 가상그리드를 생성시키는 가상그리드 생성부; 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 절점변위 계산부; 가상그리드의 응력장을 계산하는 응력장 계산부; 및 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 응력확대계수 계산부를 포함한다.
- [0016] 본 발명에 따른 가상그리드 생성부는 응력복원의 대상 영역에 2차원 4절점요소 또는 3차원 8절점요소를 이용하여 가상의 그리드를 생성할 수 있다.
- [0017] 본 발명에 따른 가상그리드 생성부에서 가상그리드의 중심은 균열 중심 위치와 동일하고, 가상그리드의 형상 및 크기는 유한요소의 형상 및 크기에 따라 결정될 수 있다.
- [0018] 본 발명에 따른 절점변위 계산부는 유한요소해석에 사용한 형상함수 및 가상그리드의 절점위치를 이용하여 보간법을 통해 가상그리드의 변위장을 계산하는 변위장 계산부를 가질 수 있다.
- [0019] 본 발명에 있어서, 가상그리드의 절점 위치가 유한요소내부에 위치하면, 가상그리드 절점의 변위값은 다음의 수학적 식 2로 계산될 수 있다.

[0020] [수학적 식 2]

$$u_p = \xi_1 u_1 + \xi_2 u_2 + \xi_3 u_3$$

[0022] 본 발명에 있어서, 삼각형 유한요소에서 형상함수는 다음의 수학적 식 3으로 계산될 수 있다.

[0023] [수학식 3]

$$\xi_1 = \frac{1}{2A} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_2 - x_3)y]$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2A} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_3 - x_1)y]$$

$$\xi_3 = \frac{1}{2A} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_1 - x_2)y]$$

[0024]

[0025] 본 발명에 따른 절점변위 계산부는 일반 유한요소의 좌표 및 변위값과 가상그리드 절점의 위치를 기반으로 최소자승법을 통해 가상그리드 절점의 변위값을 계산하는 변위장 도출부를 더 가질 수 있다.

[0026] 본 발명에 있어서, 가상그리드 절점 계산을 위한 최소자승법 식은 다음 수학식 4로 정의될 수 있다.

[0027] [수학식 4]

$$r_x = Pq^x - b^x, r_y = Pq^y - b^y$$

[0028]

[0029] 본 발명에 있어서, 형상함수 매트릭스 P를 구성하는 변수 m은 다음의 수학식5로 계산될 수 있다.

[0030] [수학식 5]

$$m = \begin{bmatrix} 1 & \frac{x - x_w}{h_w} & \frac{y - y_w}{h_w} \end{bmatrix}$$

[0031]

[0032] 본 발명에 따른 응력장 계산부는 변위장 계산부에서 계산된 가상그리드의 절점변위와 형상함수를 이용하여, 가상그리드의 가우스 절점에서 응력값을 계산할 수 있다.

[0033] 본 발명에 따른 응력장 계산부는 변위장 도출부에서 도출된 가상그리드 상의 변위장에 대하여 1차 미분을 통해 응력장을 계산할 수 있다.

[0034] 본 발명에 따른 응력확대계수 계산부는 절점변위 계산부 및 응력장 계산부에서 계산된 결과와 영역적분법을 이용하여 응력확대계수 값을 계산할 수 있다.

[0035] 본 발명에 있어서, 영역적분법의 대상은 생성된 가상그리드로서, 다음 수학식 8에 따라 적분될 수 있다.

[0036] [수학식 8]

$$J = \int_A \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ki} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_i} dA - \int_{C^+ + C^-} t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_k dC$$

[0037]

[0038] 본 발명에 있어서, 응력확대계수 값은 다음 수학식 10의 유한 요소 해석 대상의 평면응력 또는 평면변형률 조건에 따라 산출될 수 있다.

[0039] [수학식 10]

$$K_I = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} (\sqrt{J_1 - J_2} + \sqrt{J_1 + J_2})$$

$$K_{II} = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} (\sqrt{J_1 - J_2} - \sqrt{J_1 + J_2})$$

[0040]

[0041] 본 발명에 있어서, 변수 E\*는 다음의 수학식 11로 계산될 수 있다.

[0042] [수학식 11]

$$E^* = E \quad (\text{평면응력})$$

$$E^* = E / (1 - \nu^2) \quad (\text{평면변형률})$$

[0043]

[0045]

본 발명은 연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 응력확대계수 측정방법으로서, 제어서버에서는 가상그리드 생성부가 가상그리드를 생성시키는 S100 단계; 절점변위 계산부가 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 S200 단계; 응력장 계산부가 가상그리드의 응력장을 계산하는 S300 단계; 및 응력확대계수 계산부가 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 S400 단계가 수행될 수 있다.

[0046]

본 발명은 하드웨어와 결합되어, 청구항 16에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법을 컴퓨터에 의해 실행시키기 위하여 컴퓨터가 판독 가능한 기록매체에 저장된 컴퓨터 프로그램으로 구현될 수 있다.

**발명의 효과**

[0047]

본 발명에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템 및 측정방법은 다음과 같은 효과를 가진다.

[0048]

첫째, 유한요소망의 품질과 형상에 상관없이, 임의의 저품질의 요소망에서도 정확한 응력장을 계산하여, 정확한 응력확대계수 및 균열진행 방향을 예측하는 효과가 있다.

[0049]

둘째, 상대적으로 구현하기 쉬운 기법이며, 기존 임의의 상용프로그램 계산 결과의 후처리 과정에 하나의 모듈로 추가되어 구현이 가능한 효과가 있다.

[0050]

셋째, 상용프로그램에서 이러한 모듈이 있는 경우, 사용자가 고품질의 유한요소망 생성을 위해 들이는 시간을 줄이면서 정확한 응력확대계수를 계산하는 효과가 있다. 따라서, 프로그램의 새로운 기능 추가를 통해 용이하게 구현가능한 효과가 있다.

[0051]

본 발명의 효과는 이상에서 언급된 것들에 한정되지 않으며, 언급되지 아니한 다른 효과들은 다음의 기재로부터 당업자에게 명확하게 이해될 수 있을 것이다.

**도면의 간단한 설명**

[0052]

도 1은 본 발명에 따른 가상그리드(가상그리드)를 이용한 응력확대계수 측정시스템의 구성도이다.

도 2는 본 발명에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법의 순서도이다.

도 3은 유한요소망의 종류를 나타내며, 도 3a는 고품질의 균일 유한요소망, 도 3b는 저품질의 균일 유한요소망, 도 3c는 고품질의 세밀화된 유한요소망, 도 3d는 저품질의 세밀화된 유한요소망을 나타낸다.

도 4는 가상그리드의 배치 및 형상 모습을 나타내며, 가상그리드의 크기는 해석대상 유한요소의 크기를 따르는 것을 나타낸다.

도 5는 본 발명에 따른 2차원 응력복원 과정이며, 도 5a는 낮은 품질의 유한요소, 도 5b는 응력복원을 위한 가상그리드의 생성, 도 5c는 보간법을 이용한 가상그리드 절점의 변위값 계산, 도 5d는 가상그리드의 가우스 절점에서 응력값을 계산하는 것을 나타낸다.

도 6은 가상그리드 절점의 변위값 계산에 관한 것으로서, 도 6a는 가상그리드 절점  $N_p$ 를 포함하는 유한요소를 검색하는 것을 나타내며, 도 6b는 유한요소 절점들의  $N_1N_2N_3$ 의 변위 값  $u_1, u_2, u_3$ 를 이용한 가상그리드 절점의 변위값  $u_p$ 를 계산하는 것을 나타낸다.

도 7은 J-적분 영역에 관한 것으로서, 임의의 균열선단을 포함하고 있는 J-적분 영역을 나타낸다.

도 8은 2차원 응력복원 기법의 검증에 위한 유한요소망으로서, 도 8a는 좋은 품질의 요소망(4k structured 요소망)이고, 도 8b는 낮은 품질의 요소망(4k perturbed 요소망)이다.

도 9는 측정된 변형률장을 나타내며, 도 9a는 4k structured 요소망의 변형률장이고, 도 9b는 유한요소에서 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률장이고, 도 9c는 응력복원기법을 이용하여 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률장이다.

도 10은 측정된 변형률의 상대오차를 나타내며, 도 10a는 4k structured 요소망의 변형률 상대오차, 도 10b는

유한요소에서 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률 상대오차, 도 10c는 응력복원기법을 이용하여 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률 상대오차를 나타낸다.

도 11은 3차원 응력복원 기법을 위한 자유요소망 형성을 나타내며, 도 11a는 직선 균열 선단의 경우이고, 도 11b는 곡선 균열 선단의 경우를 나타낸다.

도 12는 3차원 J-적분 영역을 나타낸다.

**발명을 실시하기 위한 구체적인 내용**

- [0053] 이하, 첨부한 도면을 참조하여, 본 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자가 용이하게 실시할 수 있도록 본 발명의 실시예를 설명한다. 본 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자가 용이하게 이해할 수 있는 바와 같이, 후술하는 실시예는 본 발명의 개념과 범위를 벗어나지 않는 한도 내에서 다양한 형태로 변형될 수 있다. 가능한 한 동일하거나 유사한 부분은 도면에서 동일한 도면부호를 사용하여 나타낸다.
- [0054] 본 명세서에서 사용되는 전문용어는 단지 특정 실시예를 언급하기 위한 것이며, 본 발명을 한정하는 것을 의도하지는 않는다. 여기서 사용되는 단수 형태들은 문구들이 이와 명백히 반대의 의미를 나타내지 않는 한 복수 형태들도 포함한다.
- [0055] 본 명세서에서 사용되는 "포함하는"의 의미는 특정 특성, 영역, 정수, 단계, 동작, 요소 및/또는 성분을 구체화하며, 다른 특정 특성, 영역, 정수, 단계, 동작, 요소, 성분 및/또는 군의 존재나 부가를 제외시키는 것은 아니다.
- [0056] 본 명세서에서 사용되는 기술용어 및 과학용어를 포함하는 모든 용어들은 본 발명이 속하는 기술분야에서 통상의 지식을 가진 자가 일반적으로 이해하는 의미와 동일한 의미를 가진다. 사전에 정의된 용어들은 관련기술문헌과 현재 개시된 내용에 부합하는 의미를 가지는 것으로 추가 해석되고, 정의되지 않는 한 이상적이거나 매우 공식적인 의미로 해석되지 않는다.
- [0058] 유한요소해석을 이용한 구조물의 균열 안정성 판단 및 균열 성장 예측은 균열선단 주변의 응력장 분포 해석이나 응력확대계수 계산 등을 통하여 이루어진다.
- [0059] 이 때, 균열선단 주변의 정확한 응력장 및 응력확대계수 계산을 위해서는 균열선단 주변에 세밀한 요소망이 요구되며, 이는 해석 대상 구조물의 형상에 따라 모델링 시 어려움을 야기할 수 있다.
- [0060] 참고로, 도 3은 유한요소망의 종류를 나타낸다. 도 3a는 고품질의 균일 유한요소망, 도 3b는 저품질의 균일 유한요소망, 도 3c는 고품질의 세밀화된 유한요소망, 도 3d는 저품질의 세밀화된 유한요소망을 나타낸다.
- [0061] 이에, 본 발명에서는 구조물의 균열 성장 예측 시, 비교적 모델링이 간편한 자유요소망을 이용하고 균열선단 주변의 정확한 응력장 및 응력확대계수 계산을 위해 가상그리드 기법을 제시하였다.
- [0063] 이하에서는 도면을 참고하여 본 발명을 설명하고자 한다. 참고로, 도면은 본 발명의 특징을 설명하기 위하여, 일부 과장되게 표현될 수도 있다. 이 경우, 본 명세서의 전 취지에 비추어 해석되는 것이 바람직하다.
- [0065] 도 1은 본 발명에 따른 가상그리드(가상요소망)를 이용한 응력확대계수 측정시스템의 구성도이다.
- [0066] 본 발명은 연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정시스템이다. 본 발명에 따른 제어서버는 가상그리드를 생성시키는 가상그리드 생성부(100); 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 절점변위 계산부(200); 가상그리드의 응력장을 계산하는 응력장 계산부(300); 및 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 응력확대계수 계산부(400)를 포함한다.
- [0068] 유한요소해석 시, 낮은 품질의 유한요소망을 이용할 경우 계산된 응력장의 정확도가 낮아질 수 있으며, 이는 결과적으로 응력확대계수 계산 값에 부정적인 영향을 미칠 수 있다. 이에, 본 발명은 낮은 품질의 요소망에서 정확한 응력장 및 응력확대계수 계산을 위하여, 자유요소망을 이용한 응력복원 기법을 제안한다.
- [0070] 이하에서는, 가상그리드 생성부(100)를 설명하고자 한다.
- [0071] 본 발명에 따른 가상그리드 생성부(100)는 응력복원의 대상 영역에 2차원 4절점요소 또는 3차원 8절점요소를 이용하여 가상의 그리드를 생성할 수 있다. 본 명세서에서는 2차원 4절점요소를 중심으로 본 발명을 설명하고자 한다.
- [0072]

[0073] 본 발명에 따른 가상그리드 생성부(100)에서 가상그리드의 중심은 균열 중심 위치와 동일하고, 가상그리드의 형상 및 크기는 유한요소의 형상 및 크기에 따라 결정될 수 있다.

[0074] 도 4는 가상그리드의 배치 및 형상 모습을 나타내며, 가상그리드의 크기는 해석대상 유한요소의 크기를 따르는 것을 나타낸다.

[0076] 도 5는 본 발명에 따른 2차원 응력복원 과정이며, 도 5a는 낮은 품질의 유한요소, 도 5b는 응력복원을 위한 가상그리드의 생성, 도 5c는 보간법을 이용한 가상그리드 절점의 변위값 계산, 도 5d는 가상그리드의 가우스 절점에서 응력값을 계산하는 것을 나타낸다.

[0078] 응력복원의 대상 영역(유한요소)에 2차원 4절점 요소를 이용하여, 도 5b에 도시된 바와 같이, 가상의 요소망(가상그리드)을 생성한다. 가상그리드의 중심은 균열 팁 위치와 동일하고, 균열 앞 쪽에 위치한 가상그리드 절점들은 균열 진행 방향에 수직 및 수평한 위치에 생성된다. 균열 팁 뒤쪽에 위치한 절점들은 균열 면에 수직 및 수평한 위치에 생성한다.

[0079] 예를 들어, 도 5b에서, 가상그리드의 절점  $\mathbf{x}_1=x_1, y_1$ 와  $\mathbf{x}_2=x_2, y_2$ 의 위치는 다음 수학적 식 1과 같이 계산된다.

**수학적 식 1**

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_0 + 3\sqrt{2}l\cos(\theta_{crk} + 45^\circ) \\
 y_1 &= y_0 + 3\sqrt{2}l\sin(\theta_{crk} + 45^\circ) \\
 x_2 &= x_0 + \sqrt{5}l\cos(\theta_{crk} - \tan^{-1}(2)) \\
 y_2 &= y_0 + \sqrt{5}l\sin(\theta_{crk} - \tan^{-1}(2))
 \end{aligned}$$

[0080]

[0082] 이하에서는, 절점변위 계산부(200)를 설명하고자 한다.

[0083] 본 발명에 따른 절점변위 계산부(200)는 가상그리드의 절점 변위를 계산하며, 변위장 계산부(210)와 변위장 도출부(220)를 포함한다.

[0084] 본 발명에 따른 변위장 계산부(210)는 유한요소해석에 사용한 형상함수 및 가상그리드의 절점위치를 이용하여 보간법(interpolation)을 통해 가상그리드의 변위장을 계산할 수 있다.

[0085] 예를 들어, 가상그리드의 절점 위치가 유한요소내부에 위치할 경우, 가상그리드 절점의 변위값은 다음의 수학적 식 2와 같이 계산될 수 있다.

**수학적 식 2**

$$u_p = \xi_1 u_1 + \xi_2 u_2 + \xi_3 u_3$$

[0086]

[0087] 여기서,  $u_p$ 는 가상그리드의 변위,  $u_1, u_2, u_3$ 는 유한요소의 변위,  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$ 는 유한요소의 형상함수를 나타낸다.

[0089] 삼각형 유한요소에서 형상함수는 다음의 수학적 식 3과 같이 정의된다.

수학식 3

$$\xi_1 = \frac{1}{2A} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_2 - x_3)y]$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2A} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_3 - x_1)y]$$

$$\xi_3 = \frac{1}{2A} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_1 - x_2)y]$$

[0090]

[0091]

여기서,  $x_1, x_2, x_3$ 와  $y_1, y_2, y_3$ 는 삼각형의 좌표,  $A$ 는 삼각형의 면적, 그리고  $x$ 와  $y$ 는 형상함수 값을 계산하고자 하는 삼각형 내부의 위치를 의미한다.

[0094]

본 발명에 따른 변위장 도출부(220)는 일반 유한요소의 좌표 및 변위값과 가상그리드 절점의 위치를 기반으로 최소자승법을 통해 가상그리드 절점의 변위값을 계산할 수 있다. 가상그리드 절점 계산을 위한 최소자승법 식은 다음 수학식 4와 같이 정의된다.

수학식 4

$$r_x = Pq^x - b^x, r_y = Pq^y - b^y$$

[0095]

[0096]

여기서,  $P$ 는 유한요소의 좌표를 기반으로 한 형상함수 매트릭스이며,  $b$ 는 유한요소 절점의 변위값이다. 최소자승법을 통해  $r$ 을 최소화 하는 상수  $q^x$  및  $q^y$ 를 계산하여,  $P$ 와  $q$ 의 곱을 통해 가상그리드 절점의 변위값을 계산할 수 있다.

[0098]

본 발명에서 사용된 형상함수 매트릭스  $P$ 를 구성하는 변수  $m$ 은 수학식 5와 같다.

수학식 5

$$m = \left[ 1 \quad \frac{x - x_w}{h_w} \quad \frac{y - y_w}{h_w} \right]$$

[0099]

[0100]

여기서,  $x$ 와  $y$ 는 형상함수 값을 계산하고자하는 삼각형 내부의 위치를 의미하며,  $x_w$ 와  $y_w$ 는 삼각형 절점의 좌표, 그리고  $h_w$ 는 삼각형의 크기를 나타낸다.

[0103]

도 6은 가상그리드 절점의 변위값 계산에 관한 것으로서, 도 6a는 가상그리드 절점  $N_p$ 를 포함하는 유한요소를 검색하는 것을 나타내며, 도 6b는 유한요소 절점들의  $N_1N_2N_3$ 의 변위 값  $u_1, u_2, u_3$ 를 이용한 가상그리드 절점의 변위값  $u_p$ 를 계산하는 것을 나타낸다.

[0104]

본 발명은 자유요소망의 절점 변위 계산을 위하여, 자유요소망의 절점 위치를 포함하고 있는 유한요소를 검색한다.

[0106]

예를 들어, 절점  $N_1N_2N_3$ 로 이루어진 유한요소 내부에 자유요소망 절점  $N_p$ 가 존재할 경우(도 6a 참조), 절점  $N_1N_2N_3$ 의 변위 값들과 Lagrange 형상함수를 이용하여 자유요소망 절점  $N_p$ 의 변위 값을 얻을 수 있다(도 6b 참조).

[0107]

그 후, 자유요소망의 절점 변위 값들을 이용하여, 자유요소망의 가우스(Gauss) 절점에서 응력값을 계산할 수 있

다 (도 5d 참조).

[0108] 2차원 자유요소망을 위하여, 본 발명에서는 4절점 사각형 요소(Q4)를 이용하였고, 한 자유 요소당 4개의 가우스 포인트(Gauss point)에서 응력값을 측정할 수 있다.

[0110] 이하에서는, 응력장 계산부(300)를 설명하고자 한다.

[0111] 본 발명에 따른 응력장 계산부(300)는 가상그리드의 응력장을 계산할 수 있다.

[0112] 본 발명에 따른 응력장 계산부(300)는 변위장 계산부(210)에서 계산된 가상그리드의 절점변위와 형상함수를 이용하여, 가상그리드의 가우스 절점에서 응력값을 계산할 수 있다. 다음의 수학적 식 6은 임의의 가우스 절점에서의 응력  $\sigma$  의 계산식을 나타낸다.

**수학적 식 6**

[0113] 
$$\sigma = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{d}$$

[0114] 여기서,  $\mathbf{D}$ 는 응력-변형률 관계의 접선 강성 행렬을 나타내며 탄성계수와 프아송비와 같은 재료물성값을 이용하여 계산된다.  $\mathbf{d}$ 는 가상그리드 요소의 절점 변위를 나타낸다.  $\mathbf{B}$ 는 형상함수의 미분값으로 이루어진 행렬이다.

[0116] 일반적인 선형 사각형 요소에서 형상함수는 다음의 수학적 식 7과 같이 정의된다.

**수학적 식 7**

[0118] 
$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-s)(1-t) & N_2 &= \frac{1}{4}(1+s)(1-t) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+s)(1+t) & N_4 &= \frac{1}{4}(1-s)(1+t) \end{aligned}$$

[0119] 여기서,  $N$ 은 사각형 요소의 형상함수이고,  $s$ 와  $t$ 는 사각형요소의 국부좌표를 나타낸다.

[0121] 또한, 본 발명에 따른 응력장 계산부(300)는 변위장 도출부(220)에서 도출된 가상그리드 상의 변위장에 대하여 1차 미분을 통해 응력장을 계산할 수 있다.

[0123] 이하에서는, 응력확대계수 계산부(400)를 설명하고자 한다.

[0124] 본 발명에 따른 응력확대계수 계산부(400)는 절점변위 계산부(200) 및 응력장 계산부(300)에서 계산된 결과와 영역적분법을 이용하여 응력확대계수 값을 계산할 수 있다.

[0125] 본 발명에 있어서, 영역적분법의 대상은 생성된 가상그리드로서, 다음 수학적 식 2에 따라 적분될 수 있다.

**수학적 식 8**

[0126] 
$$J = \int_A \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ki} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_i} dA - \int_{C^+ + C^-} t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_k dC$$

[0127] 여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력(stress),  $t_i$ 는 균열 면에 작용하는 응력(traction),  $u_i$ 는 변위,  $W$ 는 변형률 에너지,  $\delta_{ki}$ 는 크로네커 델타,  $q_k$ 는 임의의 연속적 함수로서, 균열 틈에서는 1의 값을 가지고, 적분 영역의 경계면에서는 0의 값을 가진다.

[0129] 도 7은 J-적분 영역에 관한 것으로서, 임의의 균열선단을 포함하고 있는 J-적분 영역을 나타낸다.  $A$ 는 J-적분대

상의 영역,  $C^+$ 는 균열선단 상단,  $C^-$ 는 균열선단 하단을 나타내며  $C_1$ 는 J-적분 영역 바깥 쪽 선,  $\Gamma$ 는 J-적분 영역 안쪽 선,  $\mathbf{n}$ 은 J-적분 선의 수직벡터,  $\mathbf{m}$ 은 바깥쪽 벡터를 나타낸다.

- [0131] 이하에서는, 본 발명에 따른 2차원 자유요소망 기반 응력복원 기법에 대하여 설명하고자 한다.
- [0132] 도 8은 2차원 응력복원 기법의 검증을 위한 유한요소망으로서, 도 8a는 좋은 품질의 요소망(4k structured 요소망)이고, 도 8b는 낮은 품질의 요소망(4k perturbed 요소망)이다.  $0.1 \times 0.1$  사각형 영역에 임의의 변위장을 설정한 후, 변형률 오차를 측정한다. 수치해석을 위하여 두 종류의 유한요소(좋은 품질 및 낮은 품질의 요소)가 사용되었으며, 3절점 선형 요소(CST)를 이용할 수 있다(도 8 참조).
- [0134] 좋은 품질의 요소(4k structured 요소망)는 유한요소에서 바로 변형률을 계산할 수 있다.
- [0135] 낮은 품질의 요소(4k perturbed 요소망)의 경우 두 가지 방법을 통하여 변형률을 측정할 수 있다. 첫 번째 방법으로서 낮은 품질의 유한요소에서 바로 측정할 수 있고, 두 번째 방법으로서 제안한 응력복원 기법을 이용하여 변형률을 측정할 수 있다.
- [0136] 임의의 변위장을 위하여, 유한요소의 절점에 수평 방향으로  $u_x(x,y) = 10^{-3}(x^2 + x)$ 의 변위를 설정하고, 수직 방향 변위는  $u_y(x,y) = 0$ 으로 고정시킬 수 있다(도 6 참조).
- [0138] 도 9는 측정된 변형률장을 나타내며, 도 9a는 4k structured 요소망의 변형률장이고, 도 9b는 유한요소에서 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률장이고, 도 9c는 응력복원기법을 이용하여 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률장이다.
- [0139] 4k structured 요소망과 4k perturbed 요소망에서 계산된 변형률을 도 9에 요소망과 함께 도식화하였다.
- [0140] 4k structured 요소망, 즉 좋은 품질의 요소망에서는 변형률장이 균일하게 분포하는 것을 확인할 수 있다(도 9a 참조).
- [0141] 반면에 4k perturbed 요소망, 즉 낮은 품질 요소망의 변형률을 유한요소에서 바로 계산한 경우, 도 9b와 같이 변형률장이 비균일하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이로부터 낮은 품질의 요소가 정확한 변형률 및 응력장 계산에 부정적인 영향을 끼친다는 것을 유추할 수 있다.
- [0142] 또한, 4k perturbed 요소망에 응력복원기법을 사용하여 변형률을 계산할 경우, 변형률장이 상당 부분 균일하게 나타나는 것을 확인할 수 있다(도 9c 참조)..
- [0144] 도 10은 측정된 변형률의 상대오차를 나타내며, 도 10a는 4k structured 요소망의 변형률 상대오차, 도 10b는 유한요소에서 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률 상대오차, 도 10c는 응력복원기법을 이용하여 계산한 4k perturbed 요소망의 변형률 상대오차를 나타낸다.
- [0146] 추가적으로 각 요소망에서 얻은 변형률장을 변형률장의 정해와 비교하여 상대 오차율을 계산할 수 있다. 4k structured 요소망의 경우 내부 절점 대부분의 오차율이 0.001 이하의 값을 가진다(도 10a 참조).
- [0147] 반면에 4k perturbed 요소망의 경우, 오차율이 상당히 증가한 것을 확인할 수 있다(도 10b 참조).
- [0148] 마지막으로 응력복원기법을 4k perturbed 요소망에 적용했을 시, 오차율의 분포는 상당 부분 4k structured 요소망에서 얻은 결과와 비슷한 값을 보이는 것을 확인할 수 있다(도 10c 참조).
- [0149] 결론적으로, 낮은 품질의 요소망에서 응력장 측정 시, 제안된 응력복원기법을 사용할 경우 일반 유한요소에서 측정하는 것보다 정확할 결과를 계산할 수 있다는 것을 확인하였다.
- [0151] 이하에서는, 본 발명에 따른 자유요소망 기반 3차원 응력복원 기법에 대하여 설명하고자 한다.
- [0152] 도 11은 3차원 응력복원 기법을 위한 자유요소망 형성을 나타내며, 도 11a는 직선 균열 선단의 경우이고, 도 11b는 곡선 균열 선단의 경우를 나타낸다.
- [0153] 본 발명에 따른 응력복원 방법은 3차원 유한요소해석에서 사용하기 위하여 3차원으로 확장할 수 있다.
- [0154] 기본적인 응력복원 방법의 내용은 2차원과 같으며, 가상그리드 형성시 8절점 육면체 요소를 사용한다(도 11 참조).
- [0155] 가상그리드 절점의 변위값 계산 시에는, 3차원 유한요소 해석 시 사용된 4절점 사면체 요소의 형상함수를 이용

한다.

[0157] 이하에서는, 2차원 가상그리드 기반 J-적분 계산을 설명하고자 한다.

[0158] 본 발명에 따른 2차원 응력복원 방법을 이용하여, 균열 선단에서 응력확대계수를 계산한다. 응력확대계수를 계산하기 위하여 J-적분을 이용하였고, J-적분 대상 영역은 응력복원 시 설정한 가상그리드를 채택한다.

[0159] 이는 실제 유한요소망의 모양과 상관없이, J-적분에 적합한 가상그리드 모양을 설정할 수 있다. J-적분을 위하여 면적분을 이용하였고 (도 7 참조), 2차원 면적분 식은 전술한 수학식 2와 같이 표현될 수 있다.

[0160] 수학식 2에서  $\sigma_{ij}$ 는 응력(stress),  $t_i$ 는 균열 면에 작용하는 응력(traction),  $u_i$ 는 변위를 뜻한다. 그리고  $W$ 는 변형률 에너지,  $\delta_{ki}$ 는 크로네커 델타를 나타냄. 추가적으로  $q_k$ 는 임의의 연속적 함수로서, 균열 팁에서는 1의 값을, 적분 영역의 경계면에서는 0의 값을 갖는다.

[0161] 본 발명에서는 플라토함수(plateau함수)를 이용하여  $q_k$ 를 정의하였다.

[0162] 수학식 8을 실제 유한요소 해석에 이용하기 위해 이산화(discretization)시키면 다음 수학식 9과 같이 표현될 수 있다.

**수학식 9**

$$J = \sum_{\text{elements}} \sum_{p=1}^4 \left\{ \left[ \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ki} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_i} \right] \det \left( \frac{\partial x_k}{\partial \eta_k} \right) \right\} w_p - \sum_{\text{edges}} \left\{ t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_k \right\} w$$

[0165] 가상그리드를 구성하는 모든 요소에 대하여, 수학식 9를 통해 J-적분 값을 계산 후, 다음의 수학식 10의 유한요소 해석 대상의 평면응력 또는 평면변형률 조건에 따라 응력확대계수 값을 도출할 수 있다.

**수학식 10**

$$K_I = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} \left( \sqrt{J_1 - J_2} + \sqrt{J_1 + J_2} \right)$$

$$K_{II} = \frac{1}{2} \sqrt{E^*} \left( \sqrt{J_1 - J_2} - \sqrt{J_1 + J_2} \right)$$

[0167] 여기서,  $K_I$  와  $K_{II}$  는 각각 1차 및 2차모드 응력확대계수를 나타내며,  $J_1$  와  $J_2$  는 각각 1차 및 2차모드 J적분값을 뜻한다.  $E^*$ 는 평면변형률 또는 평면응력 상태에 따라 다음의 수학식 11과 같이 정의된다.

**수학식 11**

$$E^* = E \quad (\text{평면응력})$$

$$E^* = E / (1 - \nu^2) \quad (\text{평면변형률})$$

[0170] 여기서,  $E$  와  $\nu$  는 각각 탄성계수와 프아송비를 나타낸다.

[0172] 이하에서는, 3차원 가상그리드 기반 J-적분 계산을 설명하고자 한다.

[0173] 도 12는 3차원 J-적분 영역을 나타낸다.

[0174] 본 발명에 따른 3차원 응력복원 기법을 이용하여, 균열 선단에서 응력확대계수를 계산할 수 있다.

[0175] 응력확대계수를 계산하기 위하여 J-적분을 이용한다. 임의의 균열 선단을 구성하는 미소영역에서의 J-적분은 다음 수학적 식 12와 같이 정의된다(도 12 참조).

**수학적 식 12**

$$J = \int_V [\sigma_{ij} u_{j,k} - W \delta_{ki}] q_{k,i} dV - \int_{S^+ + S^-} t_i u_{i,k} q_k dS$$

[0177] 여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력(stress),  $t_i$ 는 균열 면에 작용하는 응력(traction),  $u$ 는 변위,  $W$ 는 변형률 에너지,  $\delta_{ki}$ 는 크로네커 델타,  $q_i$ 는 임의의 연속적 함수로서, 균열 틈에서는 1의 값을 가지고, 적분 영역의 경계면에서는 0의 값을 가진다.

[0179] 수학적 식 12를 실제 유한요소 해석에 이용하기 위하여 이산화(discretization) 시키면 다음 수학적 식 13으로 표현될 수 있다.

**수학적 식 13**

$$J = \sum_{\text{elements}} \sum_{p=1}^8 \left\{ \left[ \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ki} \right) \frac{\partial q_k}{\partial x_i} \right] \det \left( \frac{\partial x_k}{\partial \eta_k} \right) \right\}_p w_p - \sum_{\text{faces}} \left\{ t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_k} q_k \right\} w$$

[0181] 여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력(stress),  $t_i$ 는 균열 면에 작용하는 응력(traction),  $u$ 는 변위,  $W$ 는 변형률 에너지,  $\delta_{ki}$ 는 크로네커 델타,  $q_i$ 는 임의의 연속적 함수로서, 균열 틈에서는 1의 값을 가지고, 적분 영역의 경계면에서는 0의 값을 가진다.

[0183] 3차원 J-적분 계산 시, 가상요소를 8절점 육면체 요소(C3D8)를 사용하므로, 한 개의 가상요소 당 총 8개의 가우스 포인트(Gauss point)에서 수학적 식 6을 계산하여 적분한다.

[0185] 한편, 본 발명은 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법으로 구현될 수 있다. 이는 전술한 응력확대계수 측정시스템과 발명의 실질적 내용은 동일하며 단지 발명의 카테고리가 상이하다. 따라서, 측정시스템에 대한 실질적 내용은 공통된다.

[0186] 본 발명은 연산기능을 가진 제어서버가 컴퓨터에 의해 실행되는 응력확대계수 측정방법으로서, 제어서버에서는 가상그리드 생성부(100)가 가상그리드를 생성시키는 S100 단계; 절점변위 계산부(200)가 생성된 가상그리드의 절점 변위를 계산하는 S200 단계; 응력장 계산부(300)가 가상그리드의 응력장을 계산하는 S300 단계; 및 응력확대계수 계산부(400)가 J-적분값 및 응력확대계수를 계산하는 S400 단계가 수행될 수 있다.

[0188] 또한, 본 발명은 컴퓨터 프로그램으로 구현될 수도 있다. 본 발명은 하드웨어와 결합되어, 본 발명에 따른 가상그리드를 이용한 응력확대계수 측정방법을 컴퓨터에 의해 실행시키기 위하여 컴퓨터가 판독 가능한 기록매체에 저장된 컴퓨터 프로그램으로 구현될 수 있다.

[0190] 앞서 설명된 본 발명의 실시예에 따른 방법들은 다양한 컴퓨터수단을 통하여 판독 가능한 프로그램 형태로 구현되어 컴퓨터로 판독 가능한 기록매체에 기록될 수 있다. 여기서, 기록매체는 프로그램 명령, 데이터 파일, 데이터구조 등을 단독으로 또는 조합하여 포함할 수 있다. 기록매체에 기록되는 프로그램 명령은 본 발명을 위하여 특별히 설계되고 구성된 것들이거나 컴퓨터 소프트웨어 당업자에게 공지되어 사용 가능한 것일 수도 있다. 예컨대 기록매체는 하드 디스크, 플로피 디스크 및 자기 테이프와 같은 자기 매체(magnetic media), CDRom, DVD와 같은 광 기록 매체(optical media), 플롭티컬 디스크(floptical disk)와 같은 자기-광 매체(magneto-optical media), 및 롬(ROM), 램(RAM), 플래시 메모리 등과 같은 프로그램 명령을 저장하고 수행하도록 특별히 구성된

하드웨어 장치를 포함한다. 프로그램 명령의 예에는 컴파일러에 의해 만들어지는 것과 같은 기계어뿐만 아니라 인터프리터 등을 사용해서 컴퓨터에 의해서 실행될 수 있는 고급 언어를 포함할 수 있다. 이러한 하드웨어 장치는 본 발명의 동작을 수행하기 위해 하나 이상의 소프트웨어 모듈로서 작동하도록 구성될 수 있으며, 그 역도 마찬가지이다.

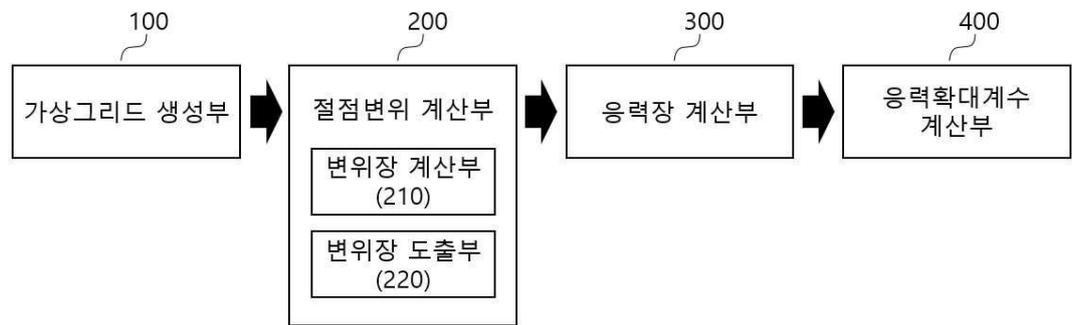
[0192] 본 명세서에서 설명되는 실시예와 첨부된 도면은 본 발명에 포함되는 기술적 사상의 일부를 예시적으로 설명하는 것에 불과하다. 따라서, 본 명세서에 개시된 실시예들은 본 발명의 기술적 사상을 한정하기 위한 것이 아니라 설명하기 위한 것이므로, 이러한 실시예에 의하여 본 발명의 기술 사상의 범위가 한정되는 것은 아님은 자명하다. 본 발명의 명세서 및 도면에 포함된 기술적 사상의 범위 내에서 당업자가 용이하게 유추할 수 있는 변형예와 구체적인 실시 예는 모두 본 발명의 권리범위에 포함되는 것으로 해석되어야 할 것이다.

**부호의 설명**

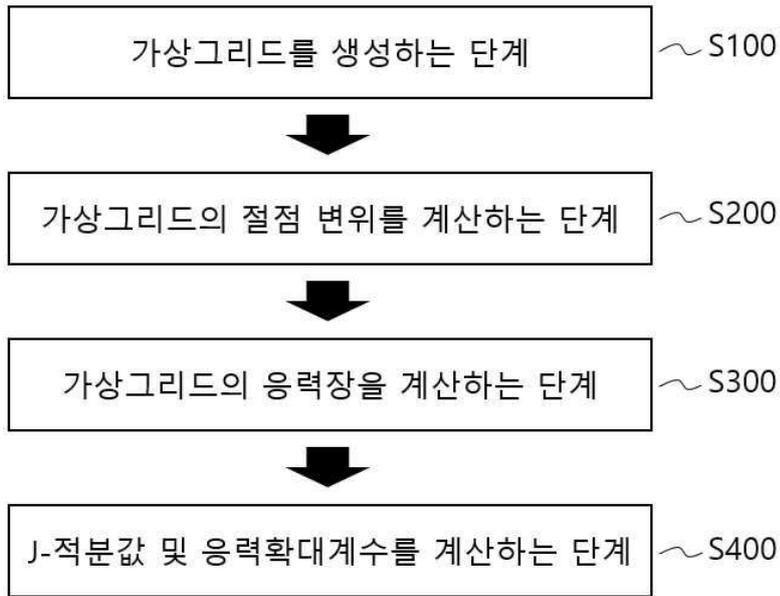
- [0193] 100 : 가상그리드 생성부
- 200 : 절점변위 계산부
- 210 : 변위장 계산부
- 220 : 변위장 도출부
- 300 : 응력장 계산부
- 400 : 응력확대계수 계산부

**도면**

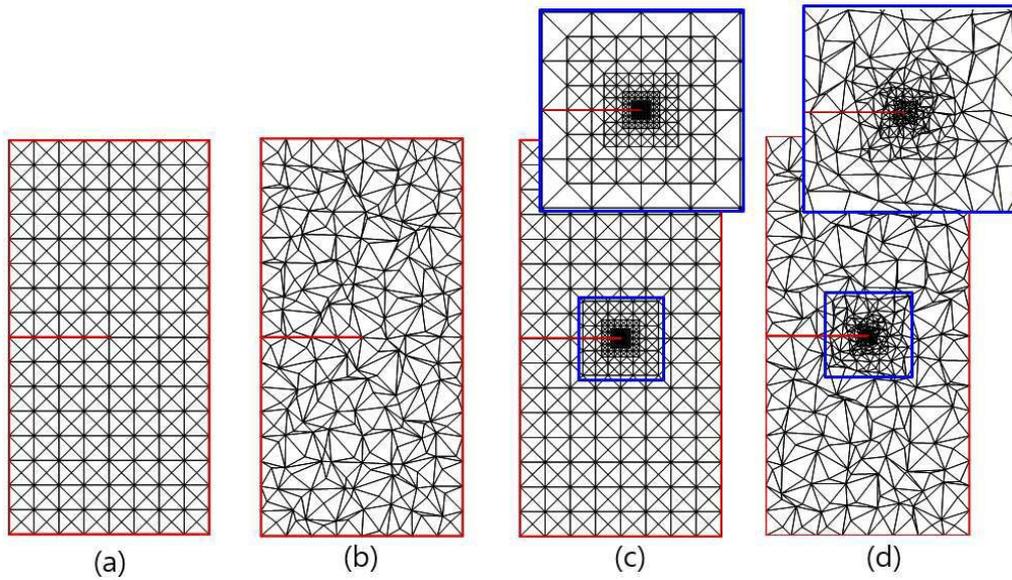
**도면1**



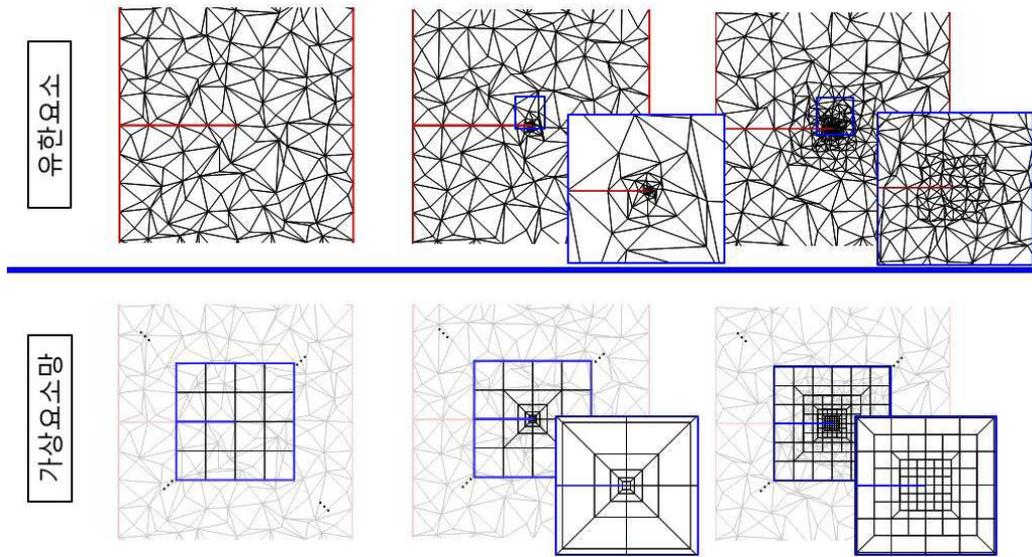
도면2



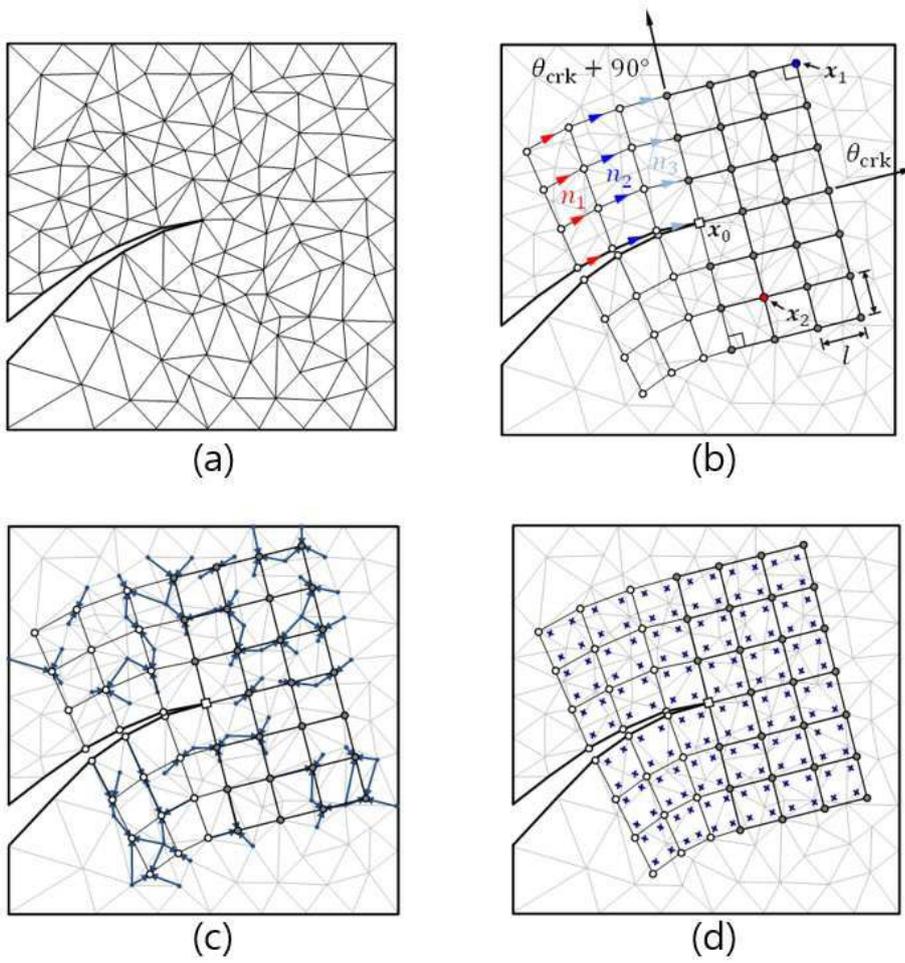
도면3



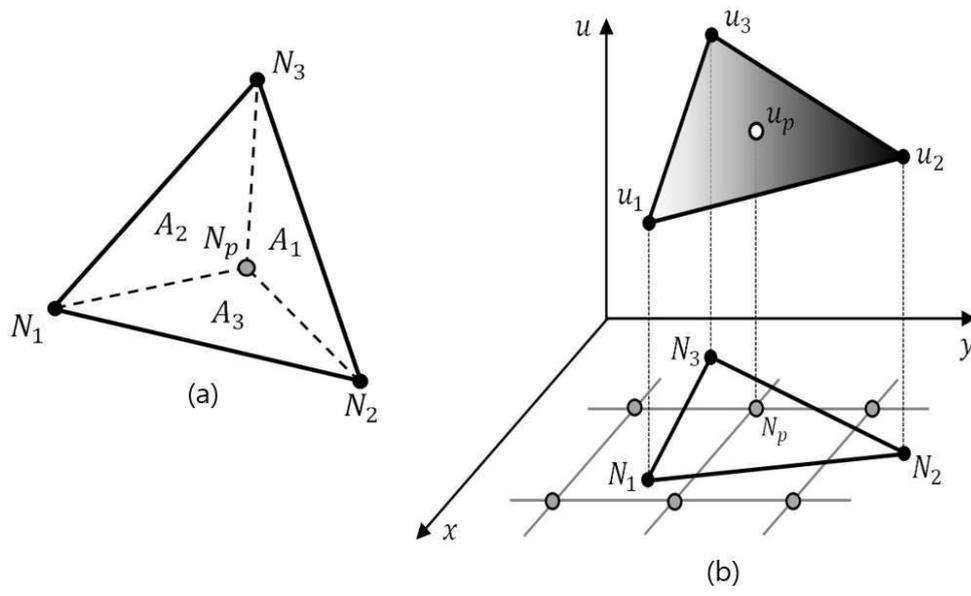
도면4



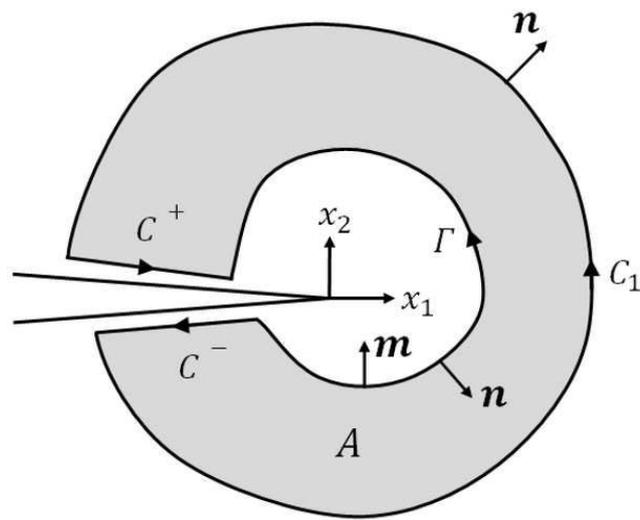
도면5



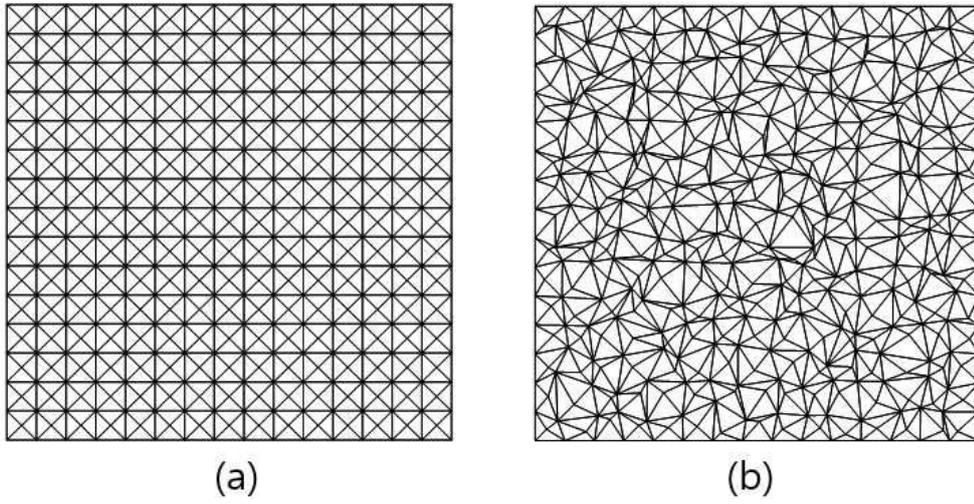
도면6



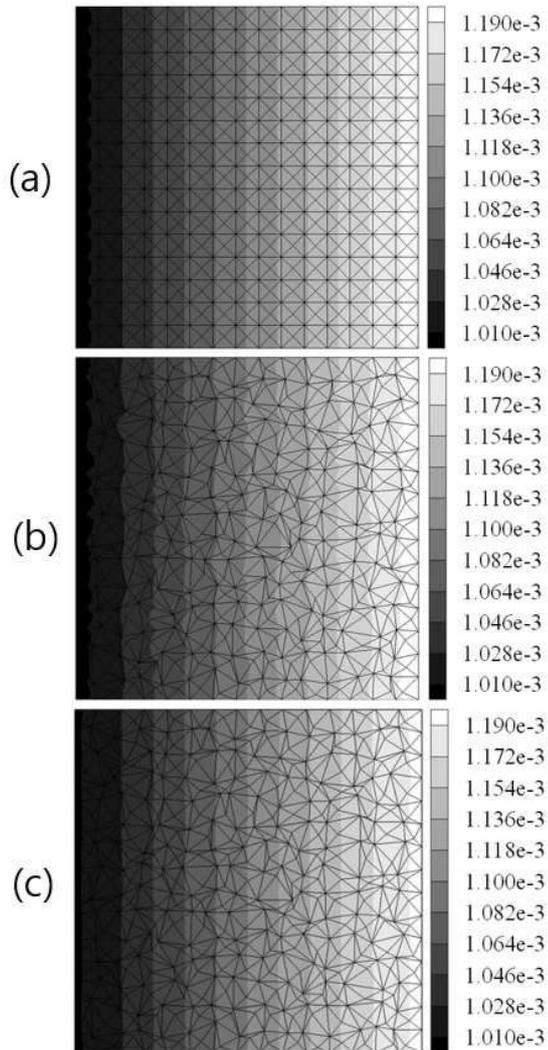
도면7



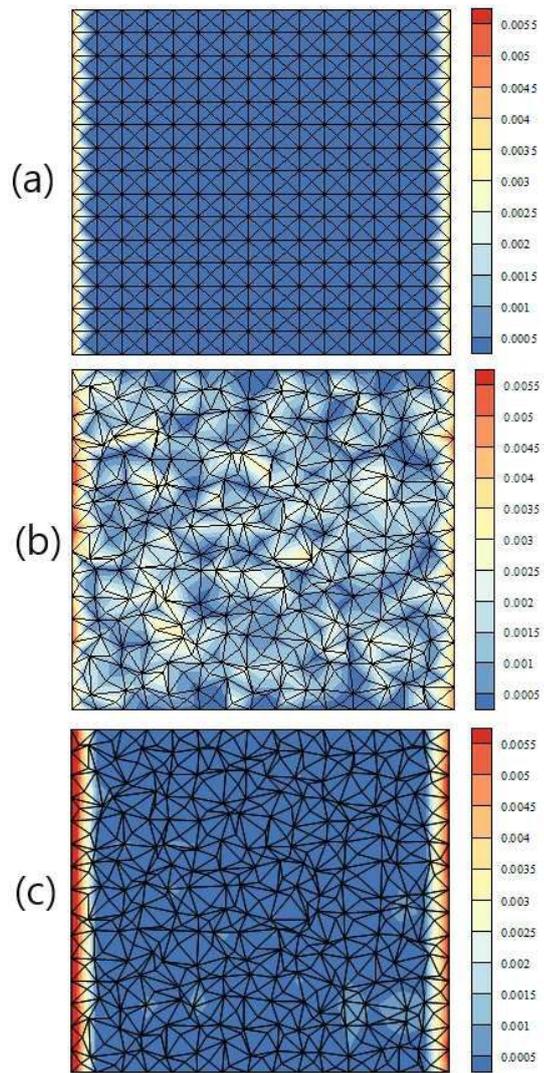
도면8



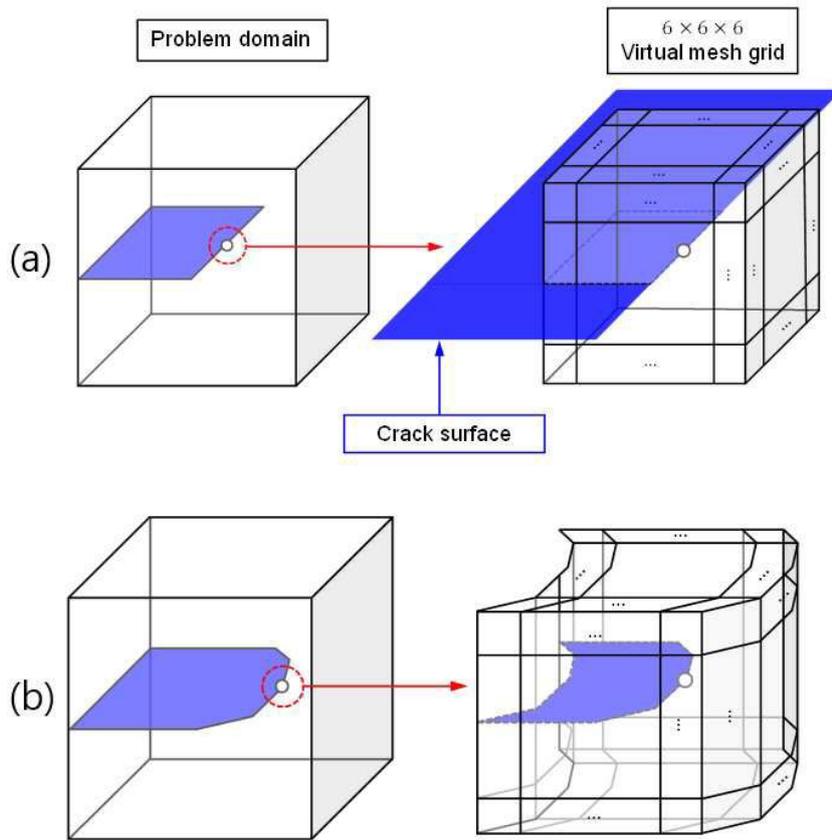
도면9



도면10



도면11



도면12

